Systematische Übersicht und Zusammenfassung

Grundlage: **Präferenzordnung** eines Haushaltes

Annahmen an die Präferenzordnung:

1. Vollständigkeit 2. Transitivität 3. Stetigkeit (4. Monotonie) (5. Konvexität)

Sind die Annahmen 1.-3. erfüllt, kann die Präferenzordnung mittels einer **Nutzenfunktion** $U(x_1, x_2, ..., x_n)$ dargestellt werden.

Die Restriktion der **Nutzenmaximierung** besteht in der **Budgetbeschränkung** $p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n = m$

Achtung: variables Einkommen (preisabhängig) im Fall von **Anfangsausstattungen** $p_1x_1 + ... + p_nx_n = p_1\omega_1 + ... + p_n\omega_n$, wobei ω_i die Anfangsausstattung des i-ten Gutes ($\omega_i \geq 0$)

Nutzenmaximierungsproblem:

$\max\limits_{x_1,...,x_n} U(x_1,...,x_n)$ unter der **Nebenbedingung** $p_1x_1 + ... + p_nx_n = m$

Lösung dieses Maximierungsproblems:

Bedingungen erster Ordnung: $\frac{\partial U(x_1,...,x_n)}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0$ für alle i = 1, ..., n

Voraussetzung: Gleichungssystem muß überhaupt lösbar sein.

Wenn die Bedingungen zweiter Ordnung erfüllt sind, können wir **Nachfragefunktionen** ableiten: $x_i(p_1, p_2, ..., p_n, m)$

Eigenschaften der Nachfragefunktion:

1. **Walras-Gesetz**: kein Einkommensüberschuß (Haushalt wird sein ganzes Einkommen verbrauchen)
2. **Nullhomogenität** in $(p_1, p_2, ..., p_n, m)$: keine Auswirkungen, falls sich alle Preis <u>und</u> das Einkommen in gleichem Umfang ändern
3. Funktion, wenn die Präferenzen streng konvex sind (eindeutige Lösung)
4. Stetigkeit: keine sprunghaften Änderungen der Nachfrage bei marginalen Preisänderungen

Änderungen der Nachfrage bei Änderungen der Argumente:

$\frac{\partial x_i(p_1,...,p_n,m)}{\partial p_i} > 0 / < 0$ >0: **Giffen-Gut**, <0: **normales Gut**

$\frac{\partial x_i(p_1,...,p_n,m)}{\partial p_j} > 0 / < 0$ >0: i, j sind **Substitute**; <0: i, j sind **Komplemente**

$\frac{\partial x_i(p_1,...,p_n,m)}{\partial m} > 0 / < 0$ >0: **superiore** Güter, <0: **inferiore** Güter

Einsetzen der Nachfragefunktionen in die Nutzenfunktion ergibt die **indirekte Nutzenfunktion**: $U^*(p_1, ..., p_n, m) = U(x_1(p_1, ..., p_n, m), x_2(p_1, ..., p_n, m), ..., x_n(p_1, ..., p_n, m))$. Sie gibt für die Preise $p_1, ..., p_n$ und das Einkommen m den maximalen Nutzen an, den ein Haushalt erreichen kann.

umgekehrtes Problem: **Ausgabenminimierungsproblem**

$\min\limits_{x_1,...,x_n} p_1x_1 + ... + p_nx_n$ unter der Nebenbedingung $U(x_1, ..., x_n) = \bar{u}$

Bedingungen erster Ordnung: $p_i - \lambda \frac{\partial U(x_1,...,x_n)}{\partial x_i} = 0$ für alle i = 1, ..., n

Gleichungssystem kann gelöst werden, wenn die Bedingungen 2. Ordnung erfüllt sind. Es ergeben sich die **kompensierten Nachfragefunktionen**: $x_i^k(p_1,...,p_n,\bar{u})$

Eigenschaften der kompensierten Nachfragefunktionen

1. kein Nutzenüberschuß: man gibt nicht mehr aus, als unbedingt nötig
2. Null-Homogenität in $p_1, ..., p_n$
3. Funktion bei streng konvexen Präferenzen, d.h. eindeutige Lösung
4. Stetigkeit

Änderungen der kompensierten Nachfrage:

$\frac{\partial x_i^k(p_1,...,p_n,\bar{u})}{\partial p_i} < 0$ **Substitutionseffekt** ist immer negativ

Einsetzen der kompensierten Nachfragefunktion in die Ausgaben ergibt die **Ausgabenfunktion** (minimale Ausgaben): $p_1\, x_1^k(p_1,...,p_n,\bar{u}) + ... + p_n\, x_n^k(p_1,...,p_n,\bar{u}) = e(p_1,...,p_n,\bar{u})$

Dualitätsverhältnis zwischen Nutzenmaximierung und Ausgabenmaximierung

$\max\limits_{x_1,...,x_n} U(x_1,...,x_n)$ u.d.N. $p_1x_1 + ... + p_nx_n = m$	**Dualität** $\longleftrightarrow$	$\min\limits_{x_1,...,x_n} p_1x_1 + ... + p_nx_n$ u.d.N. $U(x_1, ..., x_n) = \bar{u}$
Bedingungen 1. Ordnung		Bedingungen 1. Ordnung
$x_1(p_1, p_2, m)$ $x_2(p_1, p_2, m)$	Slutzky-Zerlegung $\longleftrightarrow$	$x_1^k(p_1,p_2,\bar{u})$ $x_2^k(p_1,p_2,\bar{u})$
$\frac{\partial U^*/\partial p_i}{\partial U^*/\partial m} = x_i$ $\uparrow$ $\downarrow$ Einsetzen in Zielfunktion		$\frac{\partial e}{\partial p_i} = x_k^i$ $\uparrow$ $\downarrow$ Einsetzen in Zielfunktion
$U^*(p_1, p_2, m)$ indirekte Nutzenfunktion maximaler Nutzen	$e(p_1,p_2,\bar{u})$ $= U^*(p_1,p_2,e(p_1,p_2,\bar{u}))$ $\longleftrightarrow$ $U^*(p_1,p_2,m)$ $= e(p_1,p_2,U^*(p_1,p_2,m))$	$e(p_1,...,p_n,\bar{u})$ Ausgabenfunktion minimale Ausgaben

Zusammenhang zwischen Nachfragefunktion und kompensierter Nachfragefunktion:

Slutzky-Zerlegung: $\frac{\partial x_i(p_1,...,p_n,m)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i^k(p_1,...,p_n,\bar{u})}{\partial p_i} - (\omega_i xi(p_1,...,p_n,m) \cdot \frac{\partial x_i(p_1,...,p_n,m)}{\partial m}$

Anwendungen:
– **Arbeitsangebot** (Güter Arbeit und Freizeit)
– **intertemporale Konsumentscheidungen** (Zinssätze als Preise)

mehrere Haushalte:

grafische Darstellung mit Hilfe der **Edgeworth-Box**
- einzelne Punkte der Edgeworth-Box heißen erreichbare Allokationen
- **Pareto-optimale** (-effiziente) Allokationen liegen auf der **Kontraktkurve**
- Existenz eines allgemeinen Gleichgewichts (Walras-Gleichgewicht) ist bei Stetigkeit der Funktion sichergestellt
  Eigenschaften: 1. und 2. Hauptsatz der Wohlfahrtstheorie